

松装叶片燕尾型叶根干摩擦力模型及振动响应分析

徐自力¹, 上官博², 吴其林³, 周显丁³, 曹守洪³

(1. 西安交通大学强度与振动教育部重点实验室, 710049, 西安; 2. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 3. 东方汽轮机有限公司产品开发处, 618000, 四川 德阳)

摘要: 建立了叶片燕尾型叶根与轮缘接触面干摩擦力宏滑移迟滞模型, 推导出了干摩擦力的数学表达式. 采用一阶谐波平衡法和集中质量弹簧模型对燕尾型叶根叶片系统进行了强迫振动响应分析. 计算结果表明: 随着离心力增大, 燕尾型叶根的等效刚度单调地增大, 存在一个渐近值; 等效阻尼先增后减, 存在最大值; 叶片系统的共振频率随离心力增大而增大, 存在最优的离心力使叶片系统阻尼效果最佳. 所提出的干摩擦力模型可应用于燕尾型叶根叶片振动响应分析.

关键词: 叶片; 燕尾型叶根; 干摩擦力; 谐波平衡法

中图分类号: TK263.3; V231.92 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)07-0001-05

Dry Friction Force Model and Dynamic Response Analysis of Blades with Loosely Assembled Dovetail Attachment

XU Zili¹, SHANGGUAN Bo², WU Qilin³, ZHOU Xianding³, CAO Shouhong³

(1. MOE Key Laboratory for Strength and Vibration, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. Department of Product R&D, Dongfang Turbine Company Ltd., Deyang, Sichuan 618000, China)

Abstract: A macroslip model to determine the dry friction force on the contact interface between the blade dovetail attachment and the disk dovetail groove is presented, and then the mathematical expression of the dry friction force is obtained. The dynamic response of blades with loosely assembled dovetail attachment is analyzed using the lumped mass and spring model via the one-term harmonic balance method. The results show that the equivalent stiffness of loosely assembled dovetail attachment increases with the blade centrifugal force and then reaches a maximum value gradually. The equivalent damping increases at the beginning and then decreases with the increase of blade centrifugal force, and thus there exists a maximum value. The resonance frequency of the blade system rises with the blade centrifugal force and there exists an optimal centrifugal force at which the optimal effect of the dry friction damping can be achieved for the blade system.

Keywords: blade; dovetail attachment; dry friction force; harmonic balance method

叶片是燃气轮机等透平机械实现能量转换的核心部件,也是透平机械中数量最多、事故最多的部件. 叶片在启动、停机和运行过程中,除了受到稳态的离心力和气流载荷作用外,还不可避免地受到气流诱发的强迫振动产生的交变应力作用,这种交

变应力是叶片破坏的主要原因之一. 利用接触面间的干摩擦增加系统结构阻尼,是降低叶片振动水平、减小叶片高周疲劳损伤的一种简单而有效途径,因此设计具有较好减振能力的干摩擦阻尼新结构,建立干摩擦力的力学和数学模型,以及进行相关的动

力学分析,是叶片开发和研究中的一项重要工作。

Griffin 从动力学分析的方法、摩擦模型、系统结构的建模、干摩擦阻尼器的优化等多个角度对干摩擦阻尼结构的研究状况进行了很好的总结和回顾^[1]。Yang 等人采用库仑摩擦定律和宏观滑移模型研究了楔形阻尼器干摩擦接触界面相互间的黏滞、滑移等状态之间的过渡和转换,及干摩擦力的数学描述^[2]。Petrov 等人研究了考虑正压力变化以及惯性力影响的带叶根楔形阻尼器叶片的干摩擦模型,以及叶盘系统的动力响应^[3]。Chen 等人采用宏观滑移三维围带接触模型研究了带围带叶片的周期响应,指出由于干摩擦力非线性的影响,使得叶片的周期响应呈现跳跃现象^[4]。任勇生等人采用理论和实验的方法对带凸肩的平板模拟叶片干摩擦阻尼效果进行了研究^[5]。徐自力等人采用考虑静、动摩擦力差别的宏观滑移迟滞模型对 5 片成组叶片的振动响应进行了计算^[6]。国内外许多学者在该领域做了大量有价值的工作,极大地推动了干摩擦阻尼结构在叶片中的应用。然而,对松装叶片在启动、停机过程中叶根承载面和轮缘间干摩擦阻尼的研究则鲜有报道。

轴向插装的燕尾型叶根叶片和枞树型叶根叶片目前较多地采用了松装的方式。在启动过程中,由于叶片本身的离心力使叶根承载面上产生正压力,当叶片在气流力作用下发生振动时,叶根和轮缘的承载接触面间产生相对滑动和摩擦,消耗叶片振动的能量,有效地减小和降低了叶片振动,提高了叶片的安全可靠性。实践证明,采用松装叶根可以增加启停机过程中叶片的结构阻尼,降低叶片共振幅值。为了研究松装燕尾型叶根干摩擦力的减振性能,本文采用基于库仑摩擦定律的宏观滑移迟滞模型,建立了松装燕尾型叶根承载面上干摩擦力模型和数学表达式,研究了离心力变化对等效刚度和等效阻尼的影响,最后计算了带燕尾型叶根叶片简化模型的强迫振动响应。

1 干摩擦力模型

松装带燕尾型叶根的叶片(见图 1)工作时,在叶片自身离心力作用下叶根承载面和轮缘承载面相贴合,形成了连接接触面,使叶片定位在转子上。接触面上除了承受正压力外,当叶片振动时,叶根和轮缘发生相对运动,接触面上还产生干摩擦力。该干摩擦力起到消耗振动能量的作用,然而作用在叶根承载面上的干摩擦力非常复杂。为了便于分析,做了如下简化:①在离心力作用下叶根与轮缘的接触面始

终保持接触状态,没有分离现象发生;②忽略干摩擦力的变化对接触面上正压力的影响;③忽略叶片的扭转振动,仅考虑叶片的平动,而且假设叶根的转动量很小,即认为接触面与垂直方向的夹角在振动过程中不变。

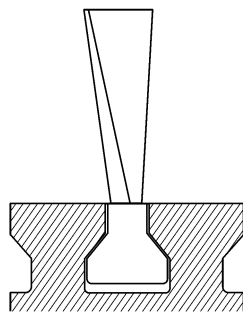
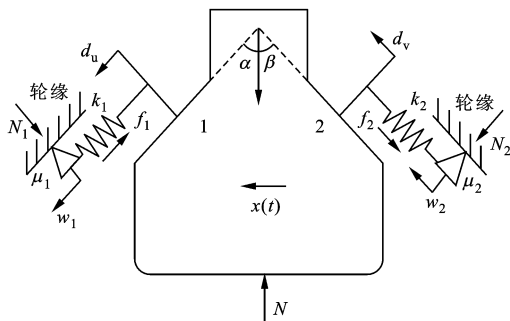


图1 燕尾型叶根叶片示意图

采用宏观滑移迟滞模型来描述轮缘作用在叶根承载面上的干摩擦力,这样叶根可以简化为带一个理想的无质量、柔性的干摩擦阻尼器,如图 2 所示。假定接触面 1 和接触面 2 与垂直方向的夹角分别为 α 和 β ,叶根在水平方向的平动位移为 x ,则在接触面 1 和接触面 2 切向上产生的位移分别为 d_u 和 d_v ,根



N 为叶根受到的叶片总离心力; $k_1, \mu_1, w_1, N_1, f_1$ 分别为摩擦接触面 1 上的接触面间的剪切刚度系数、滑动摩擦系数、摩擦阻尼器的位移、离心力 N 在接触面 1 上产生的正压力和干摩擦力; $k_2, \mu_2, w_2, N_2, f_2$ 分别为摩擦接触面 2 上的接触面间的剪切刚度系数、滑动摩擦系数、摩擦阻尼器的位移、离心力 N 在接触面 2 上产生的正压力和干摩擦力

图2 带干摩擦阻尼器的燕尾型叶根示意图

据几何关系得到

$$\left. \begin{aligned} d_u &= x(t)/\sin(\alpha) \\ d_v &= x(t)/\sin(\beta) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

根据宏观滑移迟滞模型^[7],可以得到在 2 个接触面上的干摩擦力的数学表达式

$$f_1 = \begin{cases} k_1(d_u - w_1) & k_1 |d_u - w_1| \leq \mu_1 N_1 \\ \mu_1 N_1 \operatorname{sgn}(\dot{w}_1) & k_1 |d_u - w_1| \geq \mu_1 N_1 \end{cases} \quad (2)$$

$$f_2 = \begin{cases} k_2(d_v - w_2) & k_2 |d_v - w_2| \leq \mu_2 N_2 \\ \mu_2 N_2 \operatorname{sgn}(\dot{w}_2) & k_2 |d_v - w_2| \geq \mu_2 N_2 \end{cases} \quad (3)$$

根据力平衡,并忽略摩擦力的影响,得到离心力 N 在 2 个接触面上产生的正压力

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)} N \\ N_2 &= \frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} N \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将 2 个接触面上的干摩擦力 f_1 和 f_2 在水平方向上做投影,可得到干摩擦力在水平方向的分量

$$f_n = f_1 \sin\alpha + f_2 \sin\beta \quad (5)$$

2 非线性干摩擦力的线性化

干摩擦力的分段线性使得带燕尾型叶根的松装叶片系统动力学方程具有非线性。求解非线性动力学方程通常有 2 种方法,一种是时域法,另一种是频域法。频域法速度快,计算效率高,得到了广泛应用。用频域法求解系统的强迫振动响应,就必须先对干摩擦力进行线性化处理。叶片的危险共振通常是由于某一阶激振力频率引起的,因此叶片的强迫振动主要表现为以激振频率为基频的强迫振动。所以干摩擦力的线性化将以叶片强迫振动频率为基频进行展开。本文采用一阶谐波平衡法对摩擦力进行线性化^[8]。假设叶根响应 $x(t)$ 为谐波函数 $x(t) = A \cos(\omega t - \varphi) = A \cos\theta$ 。

在接触面 1 上的位移投影为 $d_u = \frac{x(t)}{\sin\alpha} = A_1 \cos\theta$,其干摩擦力 f_1 的迟滞回线见图 3。

当 $\theta=0$ 时, $d_u = A_1 = A/\sin\alpha$,见图 3 中 A 点。干摩擦阻尼器在 AB 段和 CD 段处于黏滞状态, $\dot{w}_1$

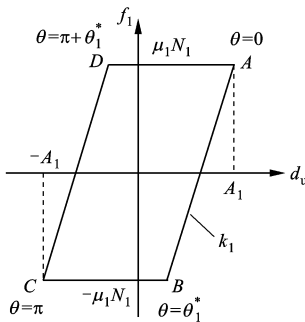


图 3 干摩擦力迟滞回线

$=0$ 。干摩擦阻尼器在 BC 段和 DA 段处于滑动状态, $\dot{w}_1 = \dot{d}_u$ 。以干摩擦阻尼器处在 AB 段和 BC 段(即在黏滞和滑动状态)为例,即

$$\dot{w}_1 = \begin{cases} 0 & 0 \leq \theta \leq \theta_1^* \\ \dot{d}_u & \theta_1^* \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (6)$$

对式(6)积分,可得

$$w_1 = \begin{cases} c_1 & 0 \leq \theta \leq \theta_1^* \\ d_u + c_2 & \theta_1^* \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (7)$$

在摩擦阻尼器处于黏滞阶段,干摩擦力 $f_1 = 0$ 时, $w_1 = d_u$,如图 3 中处在 AB 段的中点,此时 d_u 为 $A_1 - \mu_1 N_1 / k_1$,即 $c_1 = A_1 - \mu_1 N_1 / k_1$ 。在摩擦阻尼器处于滑动阶段, $d_u - w_1$ 保持恒定值, c_2 为 B 点与 AB 段的中点的水平距离,即 $c_2 = \mu_1 N_1 / k_1$ 。

根据式(2),干摩擦力可表示为

$$f_1 = k_1(d_u - w_1) = k_1(d_u - A_1) + \mu_1 N_1 \quad 0 \leq \theta \leq \theta_1^* \quad (8a)$$

$$f_1 = \mu N \operatorname{sgn}(\dot{w}_1) = \mu N \operatorname{sgn}(\dot{d}_u) = -\mu_1 N_1 \quad \theta_1^* \leq \theta \leq \pi \quad (8b)$$

上式进一步可写成

$$f_1 = \begin{cases} k_1 \left(\frac{x(t) - A}{\sin\alpha} \right) + \mu_1 N_1 & 0 \leq \theta \leq \theta_1^* \\ -\mu_1 N_1 & \theta_1^* \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (9)$$

当 $\theta = \theta_1^*$ 时,上两式相等,可以得到

$$\theta_1^* = \arccos[1 - 2\mu_1 N_1 \sin\alpha / (k_1 A)] \quad (10)$$

同理,可以得到另一半周期上的干摩擦力为

$$f_1 = \begin{cases} k_1 \left(\frac{x(t) + A}{\sin\alpha} \right) - \mu_1 N_1 & \pi \leq \theta \leq \pi + \theta_1^* \\ \mu_1 N_1 & \pi + \theta_1^* \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (11)$$

同理推导出接触面 2 上的干摩擦力为

$$f_2 = \begin{cases} k_2 \left(\frac{x(t) - A}{\sin\beta} \right) + \mu_2 N_2 & 0 \leq \theta \leq \theta_2^* \\ -\mu_2 N_2 & \theta_2^* \leq \theta \leq \pi \\ k_2 \left(\frac{x(t) + A}{\sin\beta} \right) - \mu_2 N_2 & \pi \leq \theta \leq \pi + \theta_2^* \\ \mu_2 N_2 & \pi + \theta_2^* \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (12)$$

式中

$$\theta_2^* = \arccos[1 - 2\mu_2 N_2 \sin\beta / (k_2 A)]$$

对 $f_1 \sin\alpha$ 进行一阶傅里叶级数分解,可以得到

$$f_1 \sin\alpha = f_c^1 \cos(\theta) + f_s^1 \sin(\theta) \quad (13)$$

式中

$$f_c^1 = \frac{k_1 A}{\pi} \left(\theta_1^* - \frac{\sin 2\theta_1^*}{2} \right)$$

$$f_s^1 = -\frac{4}{\pi} \mu_1 N_1 \sin\alpha \left(1 - \frac{\mu_1 N_1 \sin\alpha}{k_1 A} \right)$$

同理,可以计算出 $f_2 \sin\beta$ 的一阶傅里叶系数,这样干摩擦力 f_n 的一阶傅里叶级数表示为

$$f_n = (f_c^1 + f_c^2)\cos\theta + (f_s^1 + f_s^2)\sin\theta \quad (14)$$

整理干摩擦力表达式(14)可以得到

$$f_n = k_{eq}(A)x + c_{eq}(A)\dot{x} \quad (15)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} k_{eq}(A) &= \frac{(f_c^1 + f_c^2)}{A} \\ c_{eq}(A) &= -\frac{(f_s^1 + f_s^2)}{\omega A} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

k_{eq} 和 c_{eq} 分别称为等效刚度和等效阻尼。

假设叶根阻尼参数 $\mu_1 = \mu_2 = 0.3$, $k_1 = k_2 = 1.0 \times 10^6$ N/m, $\alpha = \beta = 60^\circ$. 假设叶根在水平方向振动为简谐振动, $x(t) = A\cos(\omega t)$, $\omega = 1\,000$ rad/s, $A = 5.0 \times 10^{-5}$ m, 计算出阻尼器的等效刚度和等效阻尼随离心力变化曲线见图4和图5. 叶根所受到的离心力 $N = 100$ N时, 计算出等效刚度和等效阻尼分别为 $k_{eq} = 504\,631$ N/m, $c_{eq} = 535$ N·s/m.

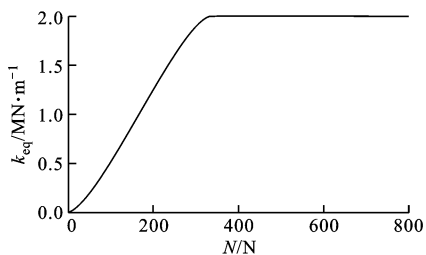


图4 等效刚度随离心力变化的关系曲线

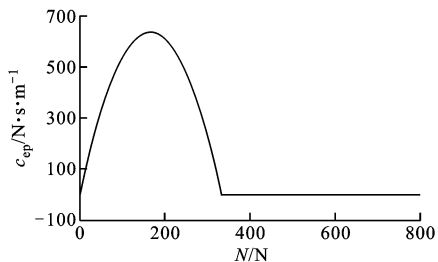


图5 等效阻尼随离心力变化的关系曲线

由图4可知,在叶根振动幅值不变的情况下,等效刚度随着离心力不断增大,当离心力达到某个值时,等效刚度不再增大,其原因在于增大离心力,相当于增大了摩擦接触界面上的正压力,刚开始增大时,增加了叶根承载面的约束,因此等效刚度也增加了,但当正压力到达某个较大值时,接触表面间相对滑动已经被限制,等效刚度达到了极限值,因此即使再增大正压力,等效刚度也不再变化. 由图4可知,随着离心力的不断增大,等效阻尼先增大后减小,当离心力升到某个值后等效阻尼降为0,存在一个最佳的离心力使得叶根承载面存在最大等效阻尼值,这是由于当离心力较小即正压力较小时,干摩擦力

和正压力成正比,因此摩擦力较小,消耗振动能量的能力不强. 当正压力很大时,接触表面间相对滑动被限制,已经没有摩擦存在了,因此等效阻尼也就必然等于0.

3 带燕尾型叶根叶片系统的强迫振动响应分析

为了研究松装燕尾型叶根承载面上干摩擦力对叶片振动响应影响的核心因素,没有考虑实际叶片的复杂结构,而是将叶片简化为2个集中质量的集中质量弹簧模型,并忽略材料阻尼. 叶根承载面上的干摩擦力经线性化后,用等效刚度和等效阻尼来代替. 图6为带燕尾型叶根叶片的集中质量弹簧模型,集中质量 m_1 相当于叶根处,集中质量 m_2 相当于叶身处.

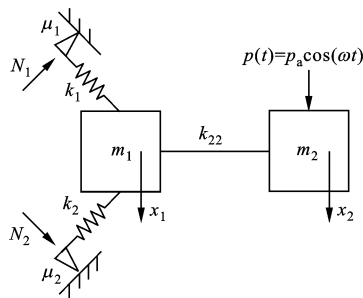


图6 带燕尾型叶根叶片的简化模型

可以列出系统的动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_{22} x_1 - k_{22} x_2 &= -f_n \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_{22} x_2 - k_{22} x_1 &= p_a \cos(\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

将等效干摩擦力带入式(17),并借助复数法求解该方程组,可以得到2个集中质量处的响应为

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t - \varphi_1); x_2(t) = A_2 \cos(\omega t - \varphi_2) \quad (18)$$

式中

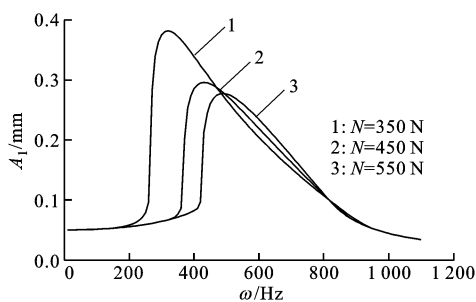
$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{k_{22} p_a}{\{\Delta_1^2 + [\omega c_{eq}(A_1)(k_{22} - m_2 \omega^2)]^2\}^{1/2}} \\ \varphi_1 &= \arctan \frac{\omega c_{eq}(A_1)(k_{22} - m_2 \omega^2)}{(k_{eq}(A_1) + k_{22} - m_1 \omega^2)(k_{22} - m_2 \omega^2) - k_{22}^2} \\ A_2 &= \frac{p_a \{[k_{eq}(A_1) + k_{22} - m_1 \omega^2]^2 + [\omega c_{eq}(A_1)]^2\}^{1/2}}{\{\Delta_1^2 + [\omega c_{eq}(A_1)(k_{22} - m_2 \omega^2)]^2\}^{1/2}} \\ \varphi_2 &= \arctan \frac{\omega c_{eq}(A_1) k_{22}^2}{\Delta_2 (k_{22} - m_2 \omega^2) - k_{22}^2 (k_{eq}(A_1) + k_{22} - m_1 \omega^2)} \end{aligned}$$

$$\Delta_1 = (k_{eq}(A_1) + k_{22} - m_1\omega^2)(k_{22} - m_2\omega^2) - k_{22}^2$$

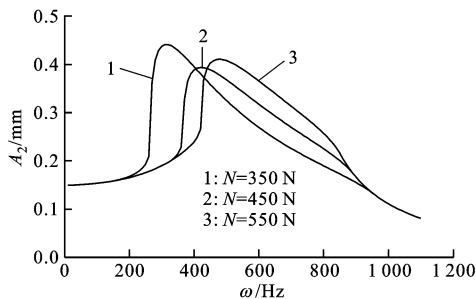
$$\Delta_2 = (k_{eq}(A_1) + k_{22} - m_1\omega^2)^2 + (\omega c_{eq}(A_1))^2$$

从上式知响应幅值并不是显式函数,不能直接求解.在计算中,采用简单迭代法和二分法相结合进行计算.在初值给定的情况下,先采用简单迭代法进行计算,如果简单迭代法收敛,并满足精度要求,那么计算结束.如果简单迭代法不收敛,利用不收敛的数值,采用二分法进行求解.

叶片系统参数 $m_1=0.5\text{ kg}$, $m_2=1.5\text{ kg}$, $k_{22}=1.0\times 10^6\text{ N/m}$, $\alpha=\beta=\pi/3$; 叶根所受到的离心力为 N ; 激振力 $p=p_a\cos(\omega t)$, $p_a=100\text{ N}$, 激振力作用在 m_2 上. 燕尾型叶根干摩擦阻尼器参数为: $\mu_1=\mu_2=0.3$, $k_1=k_2=1.0\times 10^6\text{ N/m}$. 计算出不同离心力下的幅频响应曲线如图7所示.



(a)集中质量 m_1 处(叶根处)



(b)集中质量 m_2 处(叶身处)

图7 不同的离心力下叶根和叶身处幅频响应曲线

由图7可以看到,随着离心力的增加,共振峰值向右移.这主要是由于离心力增大,叶根承载面上的干摩擦阻尼器的等效刚度增大,增大了系统的刚性.本文计算结果和常规的增大叶根支撑刚度会增大叶片固有频率的观点是一致的.由图7a可知,随着燕尾型叶根所受离心力的增大,叶根处共振频率下的振幅有所下降.由图7b可知,随着燕尾型叶根所受离心力的增大,叶身处共振频率下的振幅存在一个最小值.叶根处的响应受到了阻尼器刚度和阻尼的

影响,而且刚度的影响起到了约束位移的作用,因此从图上看到叶根处的响应随离心力单调减小,而叶身的响应主要受到阻尼器的等效阻尼的影响,由于等效阻尼随着离心力先增后减,因此响应在阻尼的作用下,出现了随离心力变化先减后增的现象.由图还可以看到,幅频响应曲线与线性系统不同,在共振点附近左右不对称,在共振频率左边振幅陡增,在共振频率右边振幅则缓慢下降,在共振频率之前的一段,似乎出现了非线性系统的跳跃现象,这可能是由于摩擦阻尼器干摩擦力非线性引起的,但具体的原因还需要做进一步研究.

4 结 论

提出和建立了叶片松装燕尾型叶根与轮缘接触面的干摩擦力宏滑移迟滞模型,给出了干摩擦力的数学表达式,并将该模型应用于叶片的强迫振动响应分析.分析表明:随着离心力增大,燕尾型叶根的等效刚度单调地增大,存在一个渐近值,等效阻尼先增后减,存在最佳值;叶片系统的共振频率随离心力增大,存在离心力最佳值使叶片系统阻尼效果最好.由于干摩擦力的非线性,导致叶片系统的幅频响应表现出较强的非线性特征.计算结果表明,本文所提干摩擦力模型能够反映燕尾型叶根对叶片振动响应和固有振动特征的影响,显示该模型在燕尾型叶根叶片振动响应分析中具有一定的可用性,但其准确性需要进一步验证.燕尾型叶根结构的接触刚度、摩擦系数、接触面积以及叶片的离心力等都会影响到燕尾型叶根的阻尼减振效果.只有对多个参数进行综合优化才能获得最佳的阻尼减振效果.

参考文献:

- [1] GRIFFIN J H. A review of friction damping of turbine blade vibration[J]. International Journal of Turbo and Jet Engines, 1990,7:297-307.
- [2] YANG B D, MENQ C H. Characterization of contact kinematics and application to the design of wedge dampers in turbomachinery blading: Part 1 [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1998,120(2):410-417.
- [3] PETROV P E, EWINS D J. Advanced modeling of underplatform friction dampers for analysis of bladed disk vibration[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 2007,129(1):143-150.
- [4] CHEN J J, MENQ C H. Prediction of periodic response of blades having 3D nonlinear shroud con-

- straints[J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2001,123(4):901-909.
- [5] 任勇生, 朱德懋. 具有干摩擦阻尼叶片组振动理论与实验研究[J]. 航空学报, 1994,15(11):1306-1314.
REN Yongsheng, ZHU Demao. The theoretical analysis and experimental investigation of vibration on blades with dry friction damping [J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 1994,15(11):1306-1314.
- [6] 徐自力, 李辛毅, 袁奇, 等. 用改进的摩擦模型计算带阻尼结构叶片的响应[J]. 西安交通大学学报, 1998, 32(1):42-44.
XU Zili, LI Xinyi, YUAN Qi, et al. Analysis of response of blades with friction damping interconnector using a new friction model [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1998, 32(1):42-44.
- [7] GRINFFIN J H. Friction damping of resonant stress in gas turbine engine airfoil[J]. ASME Journal of Engineering for Power, 1980,102(2):329-333.
- [8] WANG J H, CHEN W K. Investigation of the vibration of a blade with friction damper by HBM[J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1993, 115(2):294-299.

(编辑 王焕雪)